

אקדמיית אלקאסמי, מכללה אקדמית לחינוך

**התמודדות בפעילויות מודלינג בסביבה טכנולוגית: מאפייני תהליכי המודלינג והתפתחות
מיומנויות מטה קוגניטיבית בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה**

ג'והיינה עואודה-שחברי

2020

"מחקר זה נערך בתמיכת הקרן למחקר יישומי בהכשרה להוראה במכון מופ"ת

התמודדות בפעילויות מודלינג בסביבה טכנולוגית: מאפייני תהליכי המודלינג והתפתחות מיומנויות מטה קוגניטיביות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה

תקציר

גישת המודלינג נועדה להכין את התלמידים לאזרחות אחראית ולהתמודדות עם האתגרים והדרישות של העידן המודרני (Lesh & Doerr, 2003). ואכן, הדוגלים בגישה זו מציעים פעילויות מודלינג אשר מדגישות את השימושיות של המתמטיקה בחיי היום יום (Vorhölter, Kaiser, & Borromeo-Ferri, 2014). התמודדות אפקטיבית עם פעילויות מודלינג דורשת ידע ומיומנויות מטה קוגניטיביות (Vorhölter & Kaiser, 2016). ההתמודדות בפעילויות מודלינג תוך שימוש בכלים דיגיטליים תורמת לתהליך הלמידה ולאיינטראקציה בין הלומדים (Geiger, Faragher, & Goos, 2010).

למחקר הנוכחי שתי מטרות: (א) לבדוק את המאפיינים של תהליכי המודלינג של סטודנטים להוראת מתמטיקה במהלך התמודדותם בפעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה. (ב) לעקוב אחרי התפתחות מיומנויות מטה קוגניטיביות בתהליכי המודלינג בקרב משתתפי המחקר. המחקר הנוכחי נערך בקרב 32 סטודנטים להוראת מתמטיקה הלומדים באחת המכללות להכשרת מורים בארץ. הנתונים נאספו באמצעות תצפיות וראיונות. התצפיות כוללות תיעוד דרך קלטות וידאו של שש קבוצות של סטודנטים להוראת מתמטיקה במהלך התמודדותם עם רצף של שלוש פעילויות מודלינג. הראיונות נערכו בקרב שלוש קבוצות, והם נועדו לבדוק את ההתפתחות של מיומנויות מטה קוגניטיביות בקרב הסטודנטים בתהליך ההתמודדות עם רצף של פעילויות מודלינג.

הממצאים המרכזיים מעידים על שלושה דפוסים שונים של שילוב טכנולוגיה בפעילויות המודלינג: (א) שילוב טכנולוגיה לכל אורכו של תהליך המודלינג; (ב) שילוב טכנולוגיה רק אחרי הפקת המודל המתמטי; (ג) שילוב טכנולוגיה בתום פתרון מתמטי לפעילות. בנוסף, ממצאי המחקר מדגישים שאין מודל יחיד לשילוב טכנולוגיה, אלא מודלים שונים שמשתנים לאורך הזמן, הן מבחינת שילוב הטכנולוגיה והן מבחינת היקף השילוב. הממצאים מעידים על מגמת עלייה במיומנויות קוגניטיביות בקרב שלוש קבוצות המחקר שהשתתפו בריאיון.

מילות מפתח: מודלינג, טכנולוגיה, מיומנויות מטה קוגניטיביות, סטודנטים להוראת מתמטיקה

1. הקדמה

גישת המודלינג נחשבת למרכיב מרכזי בתכנון להכשרת מורים למתמטיקה במדינות שונות בעולם (Galbraith, Henn, Blum, & Niss, 2007), וקורסים המבוססים על הגישה הולכים ומתפתחים במדינות שונות (Cai et al., 2014). סטודנטים להוראת מתמטיקה נדרשים להבין את שיטת המודלינג כדי לאפשר להם לשלב פעילויות מודלינג בבתי ספר (Kaiser & Maaß, 2007).. פיתוח הידע של הסטודנטים במודלינג מתבצע דרך התמודדות עם פעילויות מודלינג כלומדים (Kang & Noh, 2012; Shahbari & Tabach, 2019). על אף החשיבות של גישת המודלינג ויישומה בתוכניות להכשרת מורים, גישה זו עדיין לא נכללת בתהליך ההכשרה של מורים למתמטיקה בארץ, בפרט בהתייחס למודלינג ולהתמודדות עם פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה. מחקרים שונים בחנו סוגיות שונות בהקשר של טכנולוגיה ומודלינג בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה כמו גם בקרב אוכלוסיות אחרות (Budinski & Takači, 2011; Daher & Shahbari, 2015; Siller & Greefrath, 2010; Stillman, 2012). אולם, מחקרים אלו היו קצרי טווח או השתמשו במספר מצומצם של פעילויות מודלינג. בודנסקי וטקאשי (Budinski & Takači, 2011), למשל, בחנו את תרומתה של הטכנולוגיה תוך התמקדות בבעיה אחת בלבד. גם דאהר ושחברי (Daher & Shahbari, 2015) התמקדו בפעילות אחת כאשר בחנו את המאפיינים של תהליך המודלינג שעברו סטודנטים להוראת מתמטיקה. מחקרים אחרים, למשל זה של ארזארילו, פירארה ורוביוטי (Arzarello, Ferrara & Robutti, 2012), בחנו את השילוב בין טכנולוגיה ומודלינג ללא התייחסות למאפיינים של תהליך המודלינג. אחרים בחנו רק שלב אחד משלבי המודלינג, למשל שלב המתמטיזציה (Greefrath, Hertleif, & Siller, 2018). החשיבות של פתרון בעיות בעזרת כלים דיגיטליים היא סוגייה שדורשת מחקר נוסף (Weber & Leikin, 2016), ובמיוחד התמודדות עם פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה (English, Bergman-Arleback & Mousoulides, 2016). אינגליש ועמיתיה (English et al., 2016) מדגישים שיש צורך במחקר שיבחן את ויעקוב אחר המורכבות של שילוב טכנולוגיה במהלך פעילויות מודלינג. כלומר, יש צורך במחקר שיבחן אילו תהליכי מודלינג מושפעים במהלך השימוש בטכנולוגיה, וכן יבחן את ההתפתחות של מיומנויות מטה-קוגניטיביות במהלך השלבים השונים של תהליך המודלינג.

המחקר הנוכחי ינסה לבחון את המאפיינים של תהליכי המודלינג ולעקוב אחר ההתפתחות של מיומנויות מטה קוגניטיביות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה בהקשר של תהליכי המודלינג, בעת התמודדותם עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה.

2. רקע תיאורטי

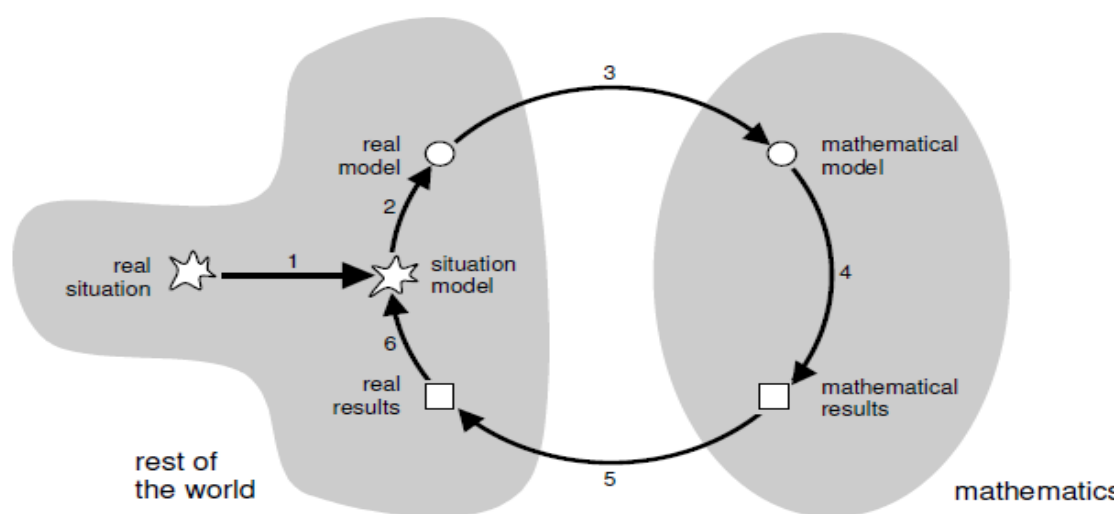
2.1 גישת המודלינג

מודלינג מוגדר כפעולה של תרגום דו-כיווני בין המציאות והמתמטיקה (Blum & Borromeo-Ferri, 2009). תומכיה של גישת המודלינג טוענים כי הבעיות המילוליות המוצגות בדרך כלל בספרי הלימוד הן בעיות שעברו תהליך מתמטיזציה (עשייה מתמטית), משום שאין בהן מקום לפרשנות של התלמידים, והתלמידים נדרשים רק ליישם פרוצדורות במסלול פתרון מוגדר, מנתונים למטרות (English & Fox, 2005). לכן, הדוגלים בגישת המודלינג מציעים פעילויות אחרות, אשר מדגישות את השימושיות של המתמטיקה בחיי היום יום (Vorhölter, Kaiser, & Borromeo-Ferri, 2014). הפעילויות כוללות סיטואציות בהקשר מציאותי, שבו המידע המתואר חלקי, מעורפל ובלתי מוגדר (English & Fox, 2005). המתמודדים עם פעילויות מסוג זה נדרשים לתת משמעות לסיטואציה דרך תהליך הכולל מעגלי תיאור, ניבוי ותרגום של הנתונים והתוצרים (Lesh & Doerr, 2003). פעילויות מודלינג מיועדות לעבודה בקבוצות קטנות. המתמודדים נושאים יחד באחריות לבניית מודל מתמטי העונה על דרישות הסיטואציה (English & Watters, 2005). התמודדות של סטודנטים להוראת מתמטיקה עם פעילויות מודלינג מזמנת להם את האפשרות לראות את הקשרים בין המתמטיקה לבין המציאות (Altay, Özdemir, & Akar, 2014) ואת הדרכים השונות לפתרון בעיות (Yu & Chang, 2009).

2.2 תהליך המודלינג

תהליך המודלינג הינו תהליך מחזורי שבו התרגום בין העולם האמיתי והמתמטיקה מתקיים בשני הכיוונים דרך סדרה של שלבים ופעולות. בספרות המחקרית מוצעות דרכים שונות לתיאור של מחזור המודלינג (Borromeo-Ferri, 2006). במחקר הנוכחי נתייחס למעגל המודלינג כפי שהוצע על ידי בלום וליב (Blum & Lieb, 2005) (ראו איור 1), שמארגן את תהליכי המודלינג לפעולות על פי פעולות ושלבים. הפעולות כוללות: (1) הבנה ופישוט של הסיטואציה; (2) הצגת מודל מציאותי; (3) עבודה מתמטית לבניית מודל מתמטי; (4) הפקת תוצאות מתמטיות מיישום במודל המתמטי; (5) מתן פרשנות מציאותית לתוצאות המתמטיות; ו- (6) אימות התוצאות המציאותיות בהתאם לסיטואציה המקורית. פעולות אלו מובילות לשלבי המודלינג, הכוללים: (א) מודל הסיטואציה (ב) המודל המציאותי (ג) המודל המתמטי (ד) תוצאות מתמטיות (ה) תוצאות מציאותיות. אם התוצאות

אינן תואמות את המציאות, המחזור מתחיל שוב. ברומו-פירי (Borromeo-Ferri, 2006) הגדירה כל אחד מהשלבים: השלב של מודל הסיטואציה כולל ייצוג מנטלי של הסיטואציה, התלוי בסגנון החשיבה של המתמודד; השלב של המודל המציאותי כולל ייצוג חיצוני להבנת הסיטואציה; השלב של המודל המתמטי כולל ייצוג חיצוני למודל שכולל נוסחאות ועבודה מתמטית ללא התייחסות למציאות; השלב של תוצאות מתמטיות מתייחס לתוצאות המתקבלות מיישום במודל המתמטי; שלב התוצאות המציאותיות, כולל את התוצאות המתקבלות כאשר מפרשים את התוצאות המתמטיות במציאות.



איור 1: מעגל המודלינג של בלום וליב (Blum & Lieb, 2005).

היכולת לבצע תהליכי מודלינג כראוי (Maaß, 2006) מוגדרת כ"מיומנויות מודלינג". מיומנויות מודלינג נדרשות לשם השלמה מוצלחת של פעולות המודלינג בהצלחה (Stillman et al, 2007). מאב (Maaß, 2006) וכן סטילמן ועמיתיה (Stillman et al, 2007) הציעו רשימה של מיומנויות מודלינג הנדרשות לצורך מעבר בין השלבים השונים של תהליך המודלינג: (1) במעבר מהסיטואציה למודל המציאותי הן הציעו מיומנויות כמו (1.1) הבהרת ההקשר של הבעיה ו-(1.2) הכרת משתנים רלוונטיים. (2) במעבר מהמודל המציאותי למודל המתמטי הן הציעו מיומנויות כמו (2.1) ייצוג אלמנטים מתמטיים ו-(2.2) בחירת סימונים מתמטיים מתאימים. (3) במעבר מהמודל המתמטי לתוצאות מתמטיות הן הציעו מיומנויות כמו (3.1) שימוש בידע מתמטי כדי לפתור את הבעיה ו-(3.2) שימוש באסטרטגיות האוריסטיות. (4) במעבר מתוצאות מתמטיות לתוצאות מציאותיות הן הציעו מיומנויות כמו (4.1) הכללה או הרחבה של הפתרון ו-(4.2) זיהוי תוצאות מתמטיות עם

המקבילות בעולם המציאותי. (5) בתהליך ההערכה והאימות הן הציעו מיומנויות כמו (5.1) בדיקת התוצאות באופן ביקורתי בהשוואה למצב האמתי ו-(5.2) שקילת השלכות של החלטות ותוצאות.

2.3 חשיבה מטה קוגניטיבית

ידע מטה-קוגניטיבי הוגדר על ידי פאלבל (Falvel, 1976) כידע של הפרט על ויסות הפעילות הקוגניטיבית שלו. חוקרים מאוחרים יותר הוצעו הגדרות שונות. למשל שניידר וארטלט (Schneider & Artelt, 2010) הגדירו ידע מטה-קוגניטיבי כידע של פרטים על מיומנויות עיבוד המידע שלהם, כמו גם ידע על אופי המשימות הקוגניטיביות ועל אסטרטגיות להתמודדות עם משימות כאלה. גוק (Gok, 2010) הגדיר ידע המטה-קוגניטיבי כידע של התלמיד על תהליך ההכרה שלו ועל יכולתו לשלוט ולפקח על תהליכים אלה כפונקציה של משוב המתקבל באמצעות תוצאות למידה. חשיבה מטה-קוגניטיבית כוללת שלושה רכיבים עיקריים: ידע מטה-קוגניטיבי, חוויות מטה-קוגניטיביות ומיומנויות מטה-קוגניטיביות (Efklides, 2006). במחקר הנוכחי נעסוק ברכיב השלישי ונסתמך על ההגדרה של וילסון וקלארק (Wilson & Clarke, 2004) למיומנויות מטה-קוגניטיביות, אשר כוללות מודעות, הערכה ורגולציה. לפי הגדרתם של וילסון וקלארק, מודעות מטה-קוגניטיבית היא המודעות של פרטים למקום שבו הם נמצאים בתהליך הלמידה או בתהליך של פתרון בעיה, לידע הספציפי לתוכן שלהם ולידע שלהם לגבי הלמידה האישית שלהם או האסטרטגיות לפתרון בעיות שבהן הם משתמשים. מודעות זו כוללת גם את הידע שלהם לגבי מה שצריך לעשות, מה שכבר נעשה ומה שיכול להיעשות בהקשרים של למידה בכלל או של פתרון בעיות בפרט. הערכה מטה-קוגניטיבית היא השיקולים שנעשו לגבי תהליכי החשיבה, היכולות והמגבלות כפי שהם משמשים במצב מסוים או כתכונות עצמיות. רגולציה מטה-קוגניטיבית מתרחשת כאשר פרטים משתמשים במיומנויות המטה-קוגניטיביות שלהם כדי לכוון את הידע והמחשבה שלהם. רגולציה זו מושתתת על הידע של הפרטים העושים שימוש במיומנויות ניהוליות כדי למטב את השימוש במשאבים הקוגניטיביים שלהם.

מיומנויות מטה-קוגניטיביות נחשבות לרכיב העיקרי הנדרש בתהליך של פתרון בעיות (Tan & Limjap, 2018). מטה-קוגניציה מסייעת במיוחד להתמודד ביתר ביטחון עם בעיות אותנטיות (Kramarski, Mevarech, & Arami, 2002). בנוסף, נמצא מתאם בין מיומנויות מטה-קוגניטיביות לבין הישגים לימודיים ולתוצאות למידה (Trisna, Budayasa, & Siswono, 2018).

2.4 שימוש בטכנולוגיה במהלך ההתמודדות בפעילויות מודלינג

לטכנולוגיה יש תפקיד חשוב בתהליך המודלינג (Chua & Wu, 2005) כיוון שהיא מאפשרת הנגשה של פעילויות מודלינג לתלמידים, אך השימוש בטכנולוגיה תלוי ברמת המומחיות של המורים ובביטחון העצמי שלהם בעת לימוד מתמטיקה (Geiger, Faragher, & Goos, 2010). טכנולוגיה יכולה להיות יעילה ברמה של תוכנה (למשל על ידי שימוש בתוכנות דינאמיות כמו גאוגברה או בתוכנת תכנון כמו סקראץ') וכן ברמה של ייצוג החומר (למשל בעזרת אקסל) (English et al., 2016). מחקרים מראים ששימוש בתוכנות שונות יכול לתרום ללמידה. למשל, נמצא שתלמידים נעזרו בגאוגברה בפתרון בעיות מודלינג (Budinski & Takači, 2011). מחקר אחר הראה כי הגיליון האלקטרוני מאפשר ניתוח היבטים שונים של בעיות מדעיות, כיוון שהוא כולל ייצוגים שונים כמו מספרים, טבלאות, גרפים ונוסחאות (Molyneux-Hodgson, Rojano, Sutherland, & Ursini, 1999). כמו כן, השימוש בגיליון אלקטרוני מעודד את התלמידים לחשוב באופן דינמי ולאמץ אסטרטגיות דינאמיות להפקת הפתרון (Arzarello, Ferrara, & Robutti, 2012). , וכן מאפשר חקר מושגים מתמטיים (Chua & Wu, 2005). בהקשר של מיומנויות מטה-קוגניטיביות, מחקרם של דואנגנמול ואחרים (Duangnamol, Supnithi, Srijuntongsiri & Ikeda, 2017) הראה כי השימוש בתוכנה Math-reflect עודד את התלמידים לחשוב על תהליך החשיבה שלהם ולהכיר את השימוש בשאלות מטה-קוגניטיביות דרך ייצוג גרפי ודיון ברמת המטה בזמן ובאירוע מתאימים. גם וידרהולד (Wiederhold, 2010) דווח כי המשחק ברובוטיקה תורם להתפתחות מיומנויות מטה-קוגניטיביות.

חוקרים שונים חלוקים ביניהם לגבי השלב שבו רצוי לשלב טכנולוגיה בהתמודדות עם פעילויות מודלינג. קבוצה אחת מדגישה שהטכנולוגיה צריכה להשתלב אחרי בניית המודל המתמטי ולא בתהליך הפיתוח של המודל והערכתו (Galbraith, Renshaw, Goos, & Geiger, 2003), ואילו הקבוצה השנייה מציעה לשלב טכנולוגיה לכל אורכו של תהליך החקירה והסקת מסקנות בהתמודדות בפעילויות מודלינג (Confrey, & Maloney, 2007). דאהר ושחברי (Daher & Shahbari, 2015) זיהו במחקרם שלושה מעגלי מודלינג שונים בקרב שש קבוצות מחקר, המעידים על מודלים שונים של שילוב טכנולוגיה בתהליך המודלנג. המעגל הראשון זוהה בקרב שתי קבוצות. הוא מתחיל בתרגום הסיטואציה וממשיך בבניית מודל ריאליסטי, בניית מודל מתמטי טכנולוגי תוך התבססות על פעילויות מתמטיות בסביבה הטכנולוגית ולבסוף הערכת המודל. המעגל השני,

אשר זוהה בקרב שלוש קבוצות, מתחיל בפרשנות של הסיטואציה תוך התבססות על מאפייני הגיליון האלקטרוני וממשיך עם בניית מודל טכנולוגי מתמטי, הערכת האפקטיביות של המודל הטכנולוגי מתמטי ולבסוף הערכת המודל. המעגל השלישי, אשר זוהה בקרב קבוצה אחת, מתחיל בתרגום הסיטואציה וממשיך בבניית מודל ריאליסטי, בניית מודל מתמטי והמרת המודל המתמטי למודל טכנולוגי. לא נצפה תהליך הערכה למודל. אורטוגה, אלבראסנב ופולגה (Ortega, Albarraçín & Puiga, 2016) דיווחו כי המאפיינים של הכלי הטכנולוגי קובעים את ההחלטות של התלמידים במהלך המתמטיזציה, אשר משפיעה על תהליך הפרשנות שהם נותנים למודל שנבנה.

מטרת המחקר

המחקר הנוכחי נועד לבחון את המאפיינים של תהליכי המודלינג והתפתחות מיומנויות מטה-קוגניטיביות בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה בעת התמודדותם עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה.

שאלות המחקר

1. מהם המאפיינים של תהליכי המודלינג (הפעולות והשלבים) במהלך ההתמודדות של סטודנטים להוראת מתמטיקה עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?
 - 1.1 כיצד נעשה שימוש בטכנולוגיה בכל אחד מהשלבים והפעולות של המודלינג במהלך ההתמודדות סטודנטים להוראת מתמטיקה ברצף פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?
 - 1.2 מה מאפיין את מעגל המודלינג המתאר תהליך המודלינג במהלך ההתמודדות של סטודנטים להוראת מתמטיקה עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?
2. מהם המאפיינים והשינויים במיומנויות המטה-קוגניטיביות בכל שלב משלבי המודלינג במהלך ההתמודדות של סטודנטים להוראת מתמטיקה עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?
 - 2.1 מה מאפיין את המיומנויות המטה-קוגניטיביות בכל שלב משלבי המודלינג במהלך ההתמודדות של סטודנטים להוראת מתמטיקה עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?

2.2 מה הם השינויים במיומנויות המטה-קוגניטיביות בכל שלב משלבי המודלינג במהלך התמודדות של סטודנטים להוראת מתמטיקה עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?

3. השיטה

3.1 מערך המחקר

המחקר נערך לאורך סמסטר אחד. תהליך ההתערבות כלל רצף של חמש פעילויות מודלינג, במרווח של שבועיים בין המפגשים, שנערכו במסגרת קורס של פתרון בעיות. בכל מפגש נדרשו המשתתפים לפתור פעילות מודלינג בשילוב טכנולוגיה. המחקר נערך בשיטה איכותנית. במסגרת המחקר האיכותני נבדקו המאפיינים של תהליך המודלינג בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה וכן עקבנו אחר ההתפתחות מיומנויות מטח-קוגניטיביות במהלך התמודדותם של הסטודנטים עם רצף של פעילויות המודלינג. הגישה האיכותנית נבחרה כיוון שהיא מאפשרת התמקדות בהבנת התהליכים המתרחשים בתנאים הטבעיים (צבר בן-יהושע, 1988).

3.2 מדגם

במחקר השתתפו 32 סטודנטים להוראת מתמטיקה הלומדים באחת המכללות להכשרת מורים. למשתתפים לא היה ידע קודם או ניסיון במודלינג, כיוון שהגישה איננה נכללת בתוכניות הלימודים בבתי ספר ואיננה נכללת בתהליך ההכשרה במכללה.

3.3 כלי המחקר

הנתונים נאספו משני מקורות עיקריים: תצפיות המתעדות את מהלך ההתמודדות של המשתתפים עם רצף הפעילויות ונועדו בעיקר כדי לענות על השאלה הראשונה בנוגע לשילוב טכנולוגיה, וראיונות שהתמקדו בשאלת המחקר השנייה על במיומנויות המטח-קוגניטיביות של הסטודנטים ובהתפתחותן. להלן פירוט על כל אחד מהמקורות:

א. תצפיות: תיעוד בווידאו של שש קבוצות של סטודנטים להוראת מתמטיקה בעת התמודדותם עם פעילויות המודלינג. כל סרטי הווידאו תומללו מילה במילה בהנחיית החוקרת. הקבוצות נבחרו על בסיס התנדבות.

ב. ראיונות: הראיונות מתבססים על הריאיון הקליני (MMI – Monitoring Metacognition)

(Interview (MMI שהוצע ע"י וילסון וקלארק (Wilson & Clark, 2004). מודל זה כולל שילוב של ריאיון, דיווח עצמי ותצפית. וילסון וקלארק מציעים לתעד המשתתפים במהלך פתרון בעיות. בשלב הבא המשתתפים מקבלים 14 כרטיסים הכוללים משפטים שמתארים פעולות מטח-קוגניטיביות. הכרטיסים כוללים משפטים המתייחסים לשלוש המיומנויות המטח-קוגניטיביות: מודעות, הערכה ורגולציה. כך למשל, מודעות מתוארת על ידי

המשפט "חשבתי על מה שעשיתי עכשיו" או "חשבתי שאני יודע מה אני עושה". הערכה מיוצגת על ידי המשפט "בדקתי את עצמי". רגולציה מיוצגת על ידי המשפט "תכננתי מראש את מה שאני צריך לעשות". המשתתפים צריכים לבחור ולארגן את הכרטיסים תוך שהם צופים בתיעוד שלהם במהלך פתרון הבעיות. המשפטים שהופיעו בכרטיסים מוצגים בנספח 1, כפי שתורגמו מערבית.

במחקר הנוכחי אומץ את המודל של ראיון בתום כל פעילות. כל הסטודנטים בקבוצה רואיני (הריאיון תועד בווידאו) תוך שהם צופים בסרט הווידאו המתעד אותם פותרים פעילויות מודלינג. המרואיינים התבקשו לבחור ולארגן את הכרטיסים המתעדים את פעילותם לאורך כל ההתמודדות. הראיונות נערכו בקרב שלוש קבוצות מבין שש הקבוצות שהשתתפו במחקר על בסיס התנדבותי.

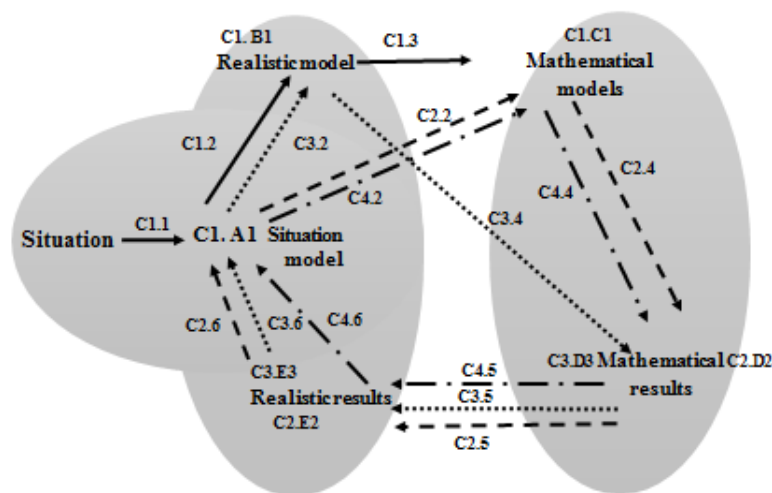
3.4 מהלך המחקר

הסטודנטים התמודדו עם חמש פעילויות מודלינג. המפגשים נערכו בהנחיית החוקרת במרווח של שבועיים בין המפגשים. בכל מפגש נדרשו המשתתפים לפתור פעילות מודלינג בשילוב טכנולוגיה. המשתתפים בחרו בעצמם באיזה שלב להשתמש בטכנולוגיה ו באילו כלים טכנולוגיים להשתמש. בתום ההתמודדות, החוקרת ראינה שלוש קבוצות תוך כדי צפייה בפעילות וביקשה מהם לתאר מה עברו בעזרת הכרטיסים.

3.5 ניתוח ועיבוד הנתונים

תצפיות: הניתוח נערך בתהליך איטרטיבי של קריאת התמלילים וצפייה בסרטים, בהתאם לשיטת ההשוואה המתמדת (Glaser & Strauss, 1967) אשר מתנהלת תוך התחשבות בהיבט הקוגניטיבי של מעגל המודלינג כפי שתואר ע"י בלום וליב (Blum & Leiß, 2005) וברומו-פירי (Borromeo-Ferri, 2006). כל התהליכים (שלבם ופעולות) שהתרחשו במהלך ההתמודדות עם פעילות המודלינג תוארו באופן ויזואלי בהסתמך על עבודתן של שחברי וטבח (Shahbari & Tabach, 2016a).. איור 2 מדגים את התיאור וויזואלי של תהליך המודלינג.

ריאיון: הריאיון התבסס על ניתוח התצפית אחרי הביצוע של שלבי המודלינג. נבדקו הכרטיסים המתארים פעילויות מטה-קוגניטיביות על פי השלבים השונים. עקבנו אחרי הפעילויות (הכרטיסים) בכל שלב תוך התמקדות בשוני בין השלבים וכן בשוני בתוך כל שלב בשלוש תחנות לאורך הרצף של חמש פעילויות המודלינג. טבלה 1 מסכמת את אופן הניתוח של הממצאים ביחס לשאלות המחקר.



איור 2: דוגמא לתיאור וויזואלי לתהליך המודלינג לפי שחברי וטבח (Shahbari & Tabach, 2016a)

טבלה 1: כלי המחקר ודרך הבדיקה של שאלות המחקר

שאלה	כלי המחקר ודרך הבדיקה
שאלה 1.1	תצפיות: נותחו בהתאם לשיטת ההשוואה המתמדת (Glaser & Strauss, 1967) תוך התחשבות בהיבט הקוגניטיבי של בלום וליב (Blum & Leiß, 2005) וברומו-פירי (Borromeo-Ferri, 2006).
שאלה 1.2	תצפיות: נותחו לפי בלום וליב (Blum & Leiß, 2005) וברומו-פירי (Borromeo-Ferri, 2006), ויוצגו לפי שחברי וטבח (Shahbari & Tabach, 2016a).
שאלה 2	ריאיון: בהתבסס על ניתוח התצפית ואחרי קביעת שלבי המודלינג. נבחן את הפעולות (הכרטיסים) שהופיעו בכל תהליך המודלינג. נשווה בין הפעולות (הכרטיסים) בשלבי המודלינג השונים.
שאלה 2.2	ריאיון: בהתבסס על ניתוח התצפית ואחרי קביעת שלבי המודלינג. נבחן את הפעולות (הכרטיסים) שהופיעו בתהליך. נבחן את השינוי שחל בפעולות בתהליך המודלינג. בנוסף, נשווה בין הפעילויות בשלוש התחנות ברצף של חמש פעילויות המודלינג.

3.6 תוכנית ההתערבות

התוכנית נבנתה על ידי החוקרת וכוללת רצף של פעילויות מודלינג לאורך חמישה מפגשים בני 90 דקות כל אחד. המפגשים הועברו במסגרת קורס פתרון בעיות שלומדים סטודנטים להוראת מתמטיקה. חלק הפעילויות נבנו על ידי החוקרת עצמה ופעילות אחת נבנתה על ידי שחברי וטבח (Shahbari & Tabach, 2016b) ומוצגת בנספח 2. הפעילויות נכתבו בשפה הערבית. חשוב לציין שהמשתתפים לא נחשפו בעבר לפעילויות דומות, כיוון שהן אינן נכללות בתוכניות הלימודים בארץ.

3.7 כלים טכנולוגיים

לפני עריכת המחקר הכינה החוקרת את המשתתפים לשימוש בכלים טכנולוגיים פתוחים (כמו גאוגברה, אקסל, דסמוס). עם תחילת המחקר עמדו לרשות המשתתפים מחשבים המצוידים

בתוכנות שונות. בחירת הכלי הטכנולוגי המתאים לפעילות נעשתה לפי שיקול דעתם של המשתתפים וללא התערבות החוקרת. לדוגמא, בפעילות של משחת השניים המוצגת בנספח 3 יכלו המשתתפים להיעזר באקסל ו/או בגאוגברה. הם לא קיבלו כל הכוונה בנוגע לכלי הרצוי, מתוך כוונה לבדוק באיזה שלב יבחרו המשתתפים לשלב כלי טכנולוגי ובאיזה כלי יבחרו, ובכך לבחון את התפקיד של כלים טכנולוגיים בשלבים השונים של תהליך המודלינג. כך לדוגמה, ניתן לבחון אם המשתתפים יבנו תחילה מודל מתמטי ואחר כך ימירו אותו למודל טכנולוגי, אם המשתתפים ייתנו פרשנות תוך שימוש בכלי טכנולוגי, באילו תהליכים תשולב טכנולוגיה ובאיזו מידה.

3.8 הבטחת זכויות הנחקרים

הסכמת המשתתף הייתה תנאי להשתתפותו במחקר. הנתונים שנאספו במהלך המחקר שימשו לצורך המחקר בלבד. דוח המחקר לא כולל פרטים על המשתתף או על המוסד שבו הוא לומד. צילום הקבוצות המתועדות היה בהסכמתן המפורשת. בנוסף הייתה אפשרות לתעד בלי לחשוף את פני המשתתפים.

4. ממצאים

בפרק זה מוצגות תוצאות המחקר. בשלב הראשון יוצגו הממצאים הקשורים למאפיינים של תהליכי המודלינג והפעולות השונות שבהן נעשה שימוש בטכנולוגיה, תוך דגש על מעגלי המודלינג ועל שילוב טכנולוגיה בשלוש תחנות ברצף של פעילויות המודלינג. לאחר מכן יוצגו הממצאים הקשורים למיומנויות מטה-קוגניטיביות שזוהו במהלך ההתמודדות בשלוש התחנות ברצף של פעילויות המודלינג.

4.1 המאפיינים של תהליכי המודלינג (הפעילויות והשלבים) במהלך ההתמודדות של סטודנטים

להוראת מתמטיקה עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה

בניתוח הנתונים בשלוש התחנות ברצף של פעילויות המודלינג זוהו כל שלבי המודלינג (מודל ריאליסטי, מודל מתמטי, תוצאה מתמטית ותוצאה ריאליסטית) וכל פעולות המודלינג (פישוט והבנה, מתמטיזציה, יישום במודל המתמטי, תרגום התוצאות המתמטיות לריאליסטיות והערכת התוצאות הריאליסטיות) בקרב כל הקבוצות. הסדר ומחזוריות הפעולות והשלבים השתנו בין קבוצה לקבוצה. גם באופן השילוב של אמצעים טכנולוגיים בתהליך נמצאו הבדלים בין הקבוצות ובין הפעילויות השונות. בשלוש התחנות ברצף של פעילויות המודלינג שולבו הכלים הטכנולוגיים בשלבים שונים בקרב כל אחת מקבוצות המחקר. הממצאים מעלים שלושה מודלים שונים של שילוב הטכנולוגיה לאורך השלבים השונים והפעולות השונות של המודלינג: א) שילוב טכנולוגיה לאורכו של כל תהליך המודלינג; ב) שילוב טכנולוגיה רק לאחר הפקתו של המודל המתמטי; ו-ג) שילוב טכנולוגיה לאחר מציאתו של הפתרון המתמטי לפעילות. להלן הסבר המתייחס לכל קטגוריה:

א) **שילוב טכנולוגיה לכל אורך התהליך**: ניתוח השיח של המשתתפים מעיד שהקבוצות שילבו כלים טכנולוגיים משלב הפרשנות ועד תום ההתמודדות בפעילות. טבלה 2 מציגה את המאפייני של תהליכי המודלינג תוך דגש על השימוש בכלים טכנולוגיים בשלבי ופעולות המודלינג השונים ודוגמאות מהשיח עם המשתתפים.

טבלה 2: מאפיינים של תהליכי המודלינג בקרב אחת הקבוצות ששילבה טכנולוגיה לאורך כל

תהליך ההתמודדות בפעילות

מעגל	שלב/פעילות	הסבר	דוגמאות משיח המשתתפים
המודלינג	המודלינג		

מעגל	הבנה ופישוט	המשתתפים פישטו את	[2] אמיר : צריך להסתכל על פתח השפופרת
המודלינג		הסיטואציה	(מצייר מעגל) תסתכלו על הפתח
הראשון			[3] נעמאן : להסתכל על ההיקף שלה
	המודל	בניית המודל	[5] נעמאן : נסתכל על הכמות והשטח
	הריאליסטי	הריאליסטי נעשתה תוך	[6] אמיר : ניתן לראות את הכמויות וניתן להסתכל על היחס
		שילוב טכנולוגיה.	
		המשתתפים זיהו שפתח	[14] אמיר : נבנה את שני המעגלים בגאוגברה
		השפופרת מעגלי ונסו	
		לצייר מעגלים שונים	
		בעזרת גאוגברה.	
	מתמטיזציה	שלב המתמטיזציה החל	[20] נעמאן : ניקח את רדיוס 2
		בשיעור מקרים פרטיים	[24] אמיר : כמה נגדיל אותה! לא אמרו
		לרדיוסים וגם לשיעור	[25] עסמת : נגיד ממוצע, כי צריך מעט
		ההגדלה ברדיוס שימוש	[27] אמיר : 2.5
		בטכנולוגיה	[36] נעמאן : בוא נצבע (צובע שני המעגלים שצירו)
	מודל מתמטי	הוזן שטח המעגל	[49] נעמאן : תכתוב כאן את המשוואה
	טכנולוגי	בשימוש בגאוגברה	[54] אמיר : נבחר X במשוואה πx^2
		המשוואה הייתה כללית	(בונה משוואה עם סרגל ערכים לרדיוס של המעגל)
		כך שניתן לקבל ערכים	
		שונים במעבר על סרגל	[56] עסמת : נחלק את שני שטחי המעגלים
		הערכים שנבנה.	(בוניו משוואה ליחס בין שני המעגלים)
	יישום במודל	המשתתפים עברו בסרגל	[84] עסמת : πx^2 שווה ל 4π השנייה שווה ל 9π
	המתמטי	הערכים לשני ערכים	
	הטכנולוגי	שונים	
		בחרו בערכים 2 ו-3	
		למעגל הראשון והשני	
	תוצאות	קבלת התוצאות	[86] אמיר : היחס הוא 2 ומשהו
	מתמטיות	מהיישום במודל	[87] עסמת : 2ורבע
		המתמטי הטכנולוגי	
	תרגום	תרגום התוצאה	[111] אמיר : הצריכה כפליים
	תוצאות	המתמטית	
	ריאליסטיות	הצריכה אחרי ההגדלה	
		במקרה זה כפליים	

	הערכת התוצא	הערכה לתשובה	[128] עסמת : אם השתמשתי בשפופרת אחת
	הריאליסטית	המציאותית אם כן עונה	בחודש צריך כעת 2 ורבע
		על דרישות הסיטואציה	[136.1] אמיר : הכמות שיוצאת היא נפח ולא שטח
		או לא.	
		כאן רואים שאמיר לא מקבל את התוצאה	
מעגל שני	מודל	הכמות שיוצאת היא כמו	[136.2] אמיר : הכמות שיוצאת דומה לגליל
	ריאליסטי	גליל.	
	מודל מתמטי	הפקת מודל מתמטי	[159] אמיר : $h \pi R^2$ חלקי $h \pi^2$
	טכנולוגי	טכנולוגיה בשימוש בגאוגברה	
	יישום במודל	שימוש בערכים	[163] אמיר : אם הגובה 2 אז 2 בחזקת שלוש
	הטכנולוגי	ובמקרים פרטיים ליישום בתוך המשוואות	כפול π
	תוצאות	התוצאות מיישום במודל	[167] אמיר : 2 ורבע
	מתמטיות	המתמטי	
	תוצאות	תרגום התוצאות	[180] זאת אומרת היחס לא משתנה
	ריאליסטיות	המתמטיות שהיחס לא השתנה	
	הערכת המודל	הערכת המודל המצביע	[193] אמיר : אם הצריכה X הייתה אז עכשיו X
		על השונה בצריכה	2.25
מעגל שלישי	ייצוג טכנולוגי	המחשה וייצוג לשינוי	[225] עסמת : נשתמש בייצוג 3 D
	למודל	בצריכה תוך שימוש בגאוגברה	[226] אמיר : שני צבעים שונים (מציר וצובע שני גלילים אחד בתוך השני באותו גובה עם רוחב בסיס שונה)
			[245] עסמת : נראית בייצוג זה כמות הצריכה שנוספה
	מודל טכנולוגי	שימוש באקסל לייצוג	[438] אמיר : נייצג א המודל דרך האקסל
		מודל טכנולוגי	[467] עסמת : בכל עמודה נייצג מצב
			[502] אמיר : תרשום פונקציה ממעלה (רושמים משוואות עבור הנפח)
			[539] עסמת : $B \cdot 2 \cdot \pi \cdot C3$
			[547] עסמת : היחס בצריכה A\ D

יישום במודל	הצבת ערכים במודל	[568] סופיאיאן: תציב 1, 2
הטכנולוגי	הטכנולוגי	[569] אמיר: 2 אורך המברשת
		[572] עסמת: כאן 30
תוצאות	אחרי ביצוע גרירה לארץ	[586] אמיר: תגרור עמודה, עמודה
היישום במודל	העמודות התקבלו	[562] סופיאיאן: R*2.3.14.30
הטכנולוגי	התוצאות המספריות	
הערכת	סיכום לתוצאה	[623] אמיר: היחס תמיד נשמר $R^2:r^2$
התוצאה	שהתקבלה.	
המתמטית		
הטכנולוגית		

כפי שאפשר לראות בטבלה 2, בקבוצה זו, לטכנולוגיה היה תפקיד חשוב בכל שלבי ההתמודדות עם פעילויות המודלינג. במהלך המעגל הראשון והשני, המודל המתמטי הופק תוך שימוש בטכנולוגיה. מעגל המודלינג השלישי מראה שהמשתתפים אימצו כלים טכנולוגיים על מנת להפיק מודל טכנולוגי דינאמי המבסס על משוואות ויחסים בין התאים בשימוש בגיליון האלקטרוני של תוכנת אקסל.

(ב) **שילוב חלקי של כלים טכנולוגיים במהלך ההתמודדות עם פעילויות המודלינג:** קבוצות שהשתייכו לקטגוריה זו, לרוב השתמשו בכלים טכנולוגיים לאחר הפקתו של המודל המתמטי. טבלה 3 מתארת תהליכי המודלינג של אחת הקבוצות שזוהו לפי קטגוריה זו.

טבלה 3: שלבים ופעולות בתהליך המודלינג בקרב קבוצות ששילבו הטכנולוגיה באופן חלקי במהלך ההתמודדות עם הפעילות

מעגל 1	שלבותהליך	הסבר	דוגמאות משיח המשתתפים
	הבנה ופישוט המודלינג		
	הבנה ופישוט	המשתתפים פישטו את	[7] רובא: כאשר הפתח של השפופרת של המשחה מתרחב, מה יקרה?
		הסיטואציה. בשלב זה לא	[8] אנהאר: הצריכה גדלה
		זוהה שימוש בטכנולוגיה	
	המודל	בניית המודל הריאליסטי	[15] ריאן: נצייר מעגל בגייג'ברה
	הריאליסטי	נעשתה תוך שילוב טכנולוגיה.	[20] רובא: מצירת שני מעגלים
		המשתתפים זיהו שפתח	[21] גדיר: ככל שהמעגל גדל הרדיוס גדל
		השפופרת מעגלי ונסו לצייר	[25] רובא: מפתח זה יכול לצאת גליל בצורה
		מעגלים שונים בעזרת	כזו (מצירת).
		גאוגברה.	

מתמטיזציה	שלב המתמטיזציה החל בשיעור מקרים פרטיים לרדיוסים וגם לשיעור ההגדלה ברדיוס	[43] רובא : כל פעם נשים רדיוס ונגדיל, נשתמש באקסל, מה אתן חושבות כמה ניתן [45] ריאן : 1 מ"מ [48] ג'דיר : אבל צריך לבנות משהו ולהציב [52] רובא : נוכל לבנות טבלה עם הערכים [77] רובא : נחשב לכל רדיוס מה הגליל שיוצא (מתכוונת הגליל הנוצר מרדיוס מסוים) [80] ריאן : כך יהיה לנו שני רדיוסים ונפח של שני גלילים
מודל מתמטי	הוזנה בתוכנת אקסל המשוואה של נפח גליל	[99] רובא : נכתוב כאן (בתא אקסל) את משוואת נפח הגליל [100] אנהאר : נציין באופן כללי את משוואות הגליל נשתמש ב-a וב-b
יישום במודל המתמטי	הזנת ערכים שונים בשתי המשוואות עבור נפח הגליל. אחת המשוואות עבור השפופרת המקורית והשנייה עבור השפופרת המוגדלת.	[142] ריאן : הרדיוס שווה ל 3, כמה הנפח שלה (המקורית) [144] ריאן : עכשיו רדיוס 4 הנפח...
תוצאות מתמטיות	קבלת התוצאות מהיישום במודל המתמטי	[145] רובא : 96 (נפח הגליל)
הערכת המודל	הערך המתקבל בהצבה במשוואה השנייה יותר גדול. לכן הצריכה גדולה יותר.	[193] אנהאר : השינוי בנפח אומר שינוי בצריכה [198] אנהאר : הצרכן משלם יותר [210] גדיר : כן הצריכה תגדל

בטבלה 3 ניתן לראות שהמשתתפים עברו במעגל מודלינג אחד והתבססו על הטכנולוגיה החל מבניית המודל הריאליסטי. הממצאים מעידים שהמודל המתמטי הטכנולוגי שהופק היה דינאמי והתבסס על הצבת הערכים של פתח השפופרת המקורית והחדשה.

ג) **שילוב הטכנולוגיה בתום ההתמודדות המתמטית בפעילות המודלינג:** הקבוצות שזוהו בקטגוריה הזו התאפיינו בכך שניתקו את התמודדות המתמטית מזו הטכנולוגית. המשתתפים התמודדו בפעילות ללא שילוב של כלים טכנולוגיים. השימוש בטכנולוגיה

זוהה רק בתום הפעילות המתמטית. טבלה 4 מדגימה שילוב טכנולוגיה בשלב שני אחרי פתרון הפעילות באופן מתמטי בקרב אחת הקבוצות.

טבלה 4: פעולות ושלבי המודלינג בקרב קבוצות ששילבו טכנולוגיה בתום התמודדות עם

החלק המתמטי של פעילויות המודלינג

מעגל המודלינג	שלב/הליך המודלינג	הסבר	דוגמאות משיח המשתתפים
מעגל המודלינג הראשון	הבנה ופישוט	המשתתפים פישטו את הסיטואציה. בשלב זה לא זוהה שימוש בטכנולוגיה	[1] רנא: ככל שהפתח גדול יותר, המשחה אוזלת מהר והאנשים יקנו
	המודל הריאליסטי	בניית המודל הריאליסטי	[8] אלאא: נעשה דוגמא למעגל קטן
	הריאליסטי	בלי שילוב הטכנולוגיה	בשטח
		אחת המשתתפות ייצגה את	[11] מונא: נגדיל
		המודל הריאליסטי באמצעות	[12] אלאא: נגדיל ונראה כמה הצריכה
		תרשים	תגדל
	מודל מתמטי	המודל המתמטי מתבסס על	[23] מונא: יש יחס ישר בין הפתח
		שטח של מעגלים	לצריכה
			[31] אלאא: אנו צריכים את r וגם את r החדש
	יישום במודל המתמטי	בשימוש בדף ועפרון וללא שימוש בטכנולוגיה	[34] אלאא: כמה נגיד מ"מ? [37] 2 מ"מ שנגדיל ל 4 מ"מ
	תוצאה מתמטית	חישוב שטח כל מעגל והפקת התוצאה המתמטית	[49] מונא: 16π ו- 14π
	תרגום לתוצאה ריאליסטית	תרגום התוצאה המתמטית שהתקבלה מיישום במודל המתמטי לתוצאה ריאליסטית קשורה לפעילות	[50] אלאא: כן היחס בין זה לזה [51] מונא: אחד לארבע
מעגל שני	פרשנות	הסטודנטים מנסים לפרש את הסיטואציה בצורה שונה.	[67] אלאא: אולי כדי לדעת כמה הצריכה תגדל צריך לדעת את ההפרש ולא את היחס
	מודל מתמטי	בניית מודל מתמטי המתבסס על הפרש ריבוע הרדיוסים	[75] אלאא: כלומר הריבוע של r_1 פחות הריבוע של r_2
	יישום במודל המתמטי	הצבת ערכים במודל המתמטי	[79] אלאא: נציב כאן 4 ועוד 4... (מציבה ערך 4 ו- 2 במשוואה)

	תוצאה	הפקת תוצאה מתמטית מיישום	[85] רנא : יוצא π 12
	מתמטית	במודל המתמטי	
	תוצאה	תרגום התוצאה המתמטית	[86] אלאא : יצא ההפרש גדול 12
	ריאליסטית	לתוצאה מציאותית הקשורה	[90] אלאא : על אף שהתוספת קטנה 2
		לסיטואציה	מ"מ... כי זה בריבוע
מעגל שלישי	פרשנות	פרשנות מיוחדת למשמעות הצריכה	[104] אלאא : אני חושבת שהצריכה תלויה בעוד דברים, למשל הזמן
	מודל	הצעת מודל ריאליסטי חדש	[120] אלאא : אם ניקח את ההיקף של
	ריאליסטי	המתבסס על ההיקף של שני המעגלים	שני המעגלים בתקופת זמן
	מודל מתמטי	מודל מתמטי המתבסס על היקף	[121] פייחאא : π 2 r
	יישום במודל	יישום ערכים מספריים במודל	[123] רנא : π 2 כאן $4...2$ π
	המתמטי ותוצאה מתמטית	המתמטי המתבסס על היקף	
	הערכת התוצאות והמודל	המשתתפים מערכים את התוצאה ושוללים אותה.	[134] אלאא : לא זה לא מה שצריך, לא נכון
			[160] רנא : רוצים לדעת כמה הצריכה גדלה זה שטח ולא היקף
מעגל רביעי	הצעת מודל מתמטי חדש	הצעת מודל מתמטי המבוסס על היחס בין השטחים	[165] רנא : זה צריך להיות היחס בין השטחים
			[168] אלאא : π r_1^2 חלקי π r_2^2
	יישום במודל המתמטי ותוצאה מתמטית	יישום דוגמאות ספציפיות במודל המתמטי שהופק. מתקבלת תוצאה מספרית	[182] אלאא : יוצאה אפס פסיק משהו
	תרגום התוצאה המתמטית	תרגום לתוצאה המספרית שהתקבלה אם נכון שתהיה כזו.	[183] מונא : זה בסדר זה יחס
מעגל חמישי	שימוש בטכנולוגיה	שימוש בטכנולוגיה אחרי הפקת המודל	[198] אלאא : בוא נפתח את האקסל וננסה מה עשינו
		השימוש בטכנולוגיה ללא שימוש במאפייני התוכנה הדינאמיים	[206] רנא : כאן r כאן נרשום את השטח (רושמת המצביעה על המסך, מכניסה המשוואה לגיליון)

טבלה 4 מראה שארבעת המעגלים הראשונים התבססו על התמודדות בפעילות ללא שימוש בטכנולוגיה. שילוב הטכנולוגיה זוהה רק במעגל החמישי. השימוש בטכנולוגיה לא כלל שיפור של המודל המתמטי, אלא יישומו בלבד.

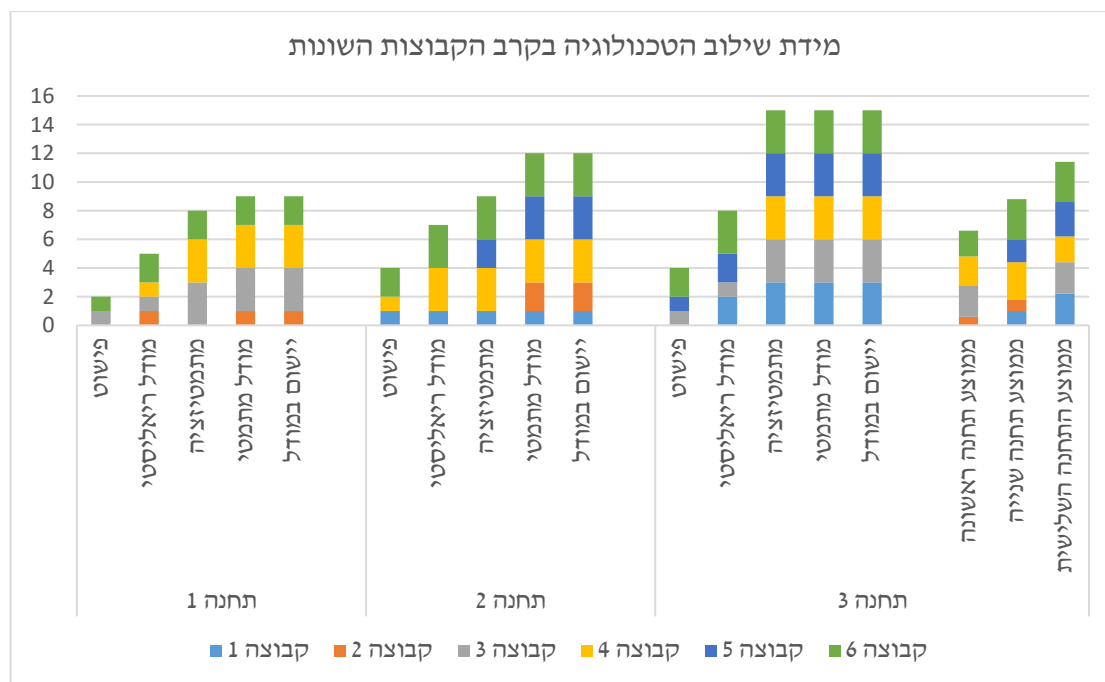
4.2 שינוי ברמת השילוב ובמידת השילוב של טכנולוגיה ברצף פעילויות המודלינג

בניתוח תהליכי המודלינג בקרב קבוצות המחקר בשלוש התחנות נמצא שוני ברמת השילוב של טכנולוגיה ובמידת השימוש בה. ניתן להצביע על שלוש רמות שונות של שילוב טכנולוגיה, בדירוג בין 0 (לא נעשה כל שימוש בטכנולוגיה) עד 3 (רמה גבוהה של שימוש בטכנולוגיה). ציון 3 מעיד על רמה גבוהה של שילוב טכנולוגיה, כולל שימוש במאפיינים דינאמיים של התוכנות. לדוגמא שימוש בפונקציית Average לחישוב הממוצע של גובה המשתתפים וממוצע אורך כף הרגל במהלך פתרון בעיית הענק. ציון 2 מעיד על רמה בינונית בשילוב הטכנולוגיה, ללא שימוש במאפיינים ובתכונות החיוניות לפתרון הסיטואציה. ציון 1 מעיד על רמה בסיסית ביותר, למשל תרגום למודל המתמטי בלי שימוש ביתרונותיהן של התוכנות, או ציור מעגלים בגאוגברה. ציון 0 מעיד על כך שלא נעשה כל שימוש בטכנולוגיה.. טבלה 5 מסכמת את המידה שבה שולבה הטכנולוגיה בשלושת השלבים במהלך ההתמודדות עם הרצף של פעילויות המודלינג.

טבלה 5: שילוב הטכנולוגיה בפעולות ובשלבי המודלינג לאורך הרצף של תהליך התמודדות

רצף הלמידה	תהליך המודלינג	פישוט	מודל ריאליסטי	מתמטיזציה	מודל מתמטי	המתמטי יישום במודל	תוצאות מתמטיות	תרגום התוצאות	תוצאות ריאליסטיות	הערכת התוצאות הריאליסטיות	מתמטית	התמודדות אחרי סיום	רצף	
													קבוצה	תחנה ראשונה
	קבוצה 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	תחנה ראשונה
	קבוצה 2	0	1	0	1	1	0	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 3	1	3	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 4	0	3	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
	קבוצה 6	1	2	2	2	2	0	0	0	0		0	0	
	קבוצה 1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	-	0	0	תחנה שנייה
	קבוצה 2	0	0	0	0	2	2	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	
	קבוצה 4	1	3	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 5	0	2	2	2	3	3	0	0	0		0	0	
	קבוצה 6	2	3	3	3	3	0	0	0	0		0	0	
	קבוצה 1	0	2	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	תחנה שלישית
	קבוצה 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	
	קבוצה 3	1	3	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 4	0	3	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 5	1	2	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	
	קבוצה 6	2	3	3	3	3	0	0	0	0	-	0	0	

טבלה 5 מראה כי חל שינוי במידה וברמה של שילוב הטכנולוגיה לאורך הרצף של ההתמודדות עם פעילויות המודלינג בקרב כל הקבוצות. על מנת להמחיש את השינוי שחל, נתמקד בפעילויות ובשלבי המודלינג (פישוט, מודל ריאליסטי, מתמטיזציה, מודל מתמטי ויישום במודל המתמטי) וגם נחשב את הממוצע של כל קבוצה. איור 3 מתאר את השינוי שחל ברמה ובמידה של שילוב טכנולוגיה בכל השלבים והפעולות שהזכרנו קודם.



איור 3: שילוב טכנולוגיה בקרב שש קבוצות המחקר בשלבים ובפעולות המודלינג

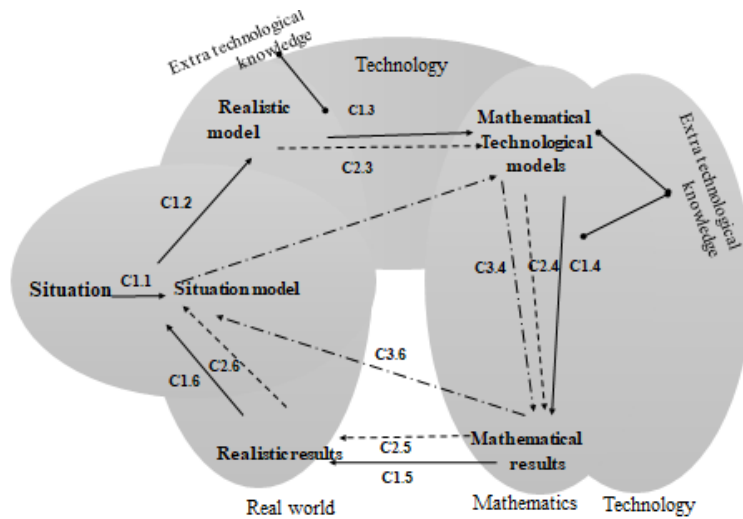
4.1.2 מאפיין (כיצד יראה) מעגל המודלינג המתאר את תהליך המודלינג במהלך ההתמודדות

סטודנטים להוראת מתמטיקה עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?

כפי שהסברנו בפרק המתודולוגיה, המחקר מתבסס על מעגל המודלינג הבסיסי של בלוס ולייב תוך הרחבה של המעגל והתייחסות לשימוש בטכנולוגיה. בהתאם לממצאים בסעיף הקודם, המתייחס לשלבי המודלינג ולתהליכים שזוהו בקרב הקבוצות השונות, ניתן להצביע על שלוש רמות של שילוב טכנולוגיה בפעילויות המודלינג ולכן ניתן להצביע על שלושה סוגים שונים של מעגלי מודלינג. חשוב לציין שבתוך כל קטגוריה זוהו מעגלי מודלינג שונים. כלומר, זוהו הבדלים במספר מעגלי המודלינג או במסלולי המודלינג בין הקבוצות השונות, ובכל זאת הצלחנו לחלק את הקבוצות לקטגוריות על פי דמיון במאפייני העבודה.

4.1.2.1 מעגל המודלינג הראשון והשני: מעגלי המודלינג ששייכים לקטגוריה זו מאופיינים בשילוב טכנולוגיה לצד שימוש בידע רחב ומקיף בכל הנוגע למאפייני התוכנות שבהן נעשה שימוש. השימוש בידע הטכנולוגי זוהה בשלב המתמטיזציה וכן בשלב בניית המודל, כאשר הוצע מודל מתמטי טכנולוגי שכלל את המאפיינים הדינאמיים של תוכנות גיאוגרפיה ואקסל. איור 4 ממחיש תהליכי מודלינג שעברה אחת הקבוצות המשתייכת לקטגוריה זו, ואשר החלה ביישום הטכנולוגיה משלב

המודל הריאליסטי. איור 5 ממחיש תהליכי מודלינג שעברה אחת הקבוצות השייכות לקטגוריה זו, שהחלה ביישום הטכנולוגיה החל משלב פישוט הסיטואציה.

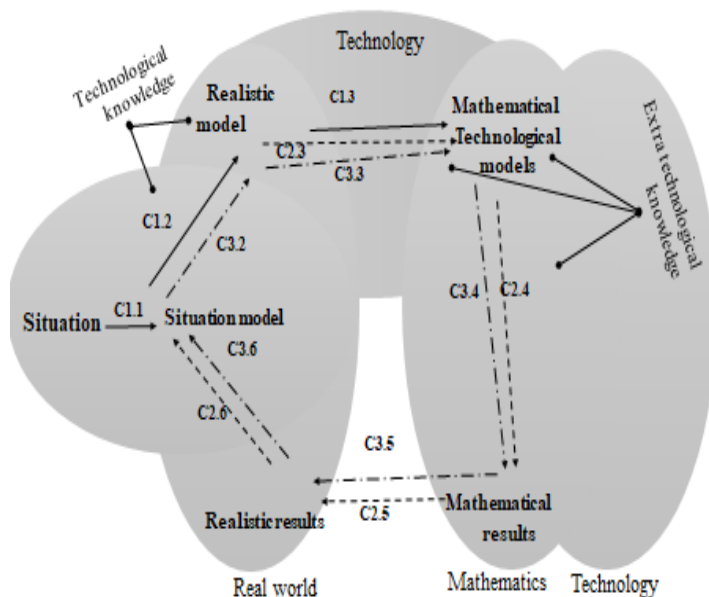


- 1 הבנה
- 2 פישוט
- 3 מתמטיזציה (בסביבה טכנולוגית) החלטות טכנולוגיות
- 4 יישום במודל המתמטי הטכנולוגי
- 5 תרגום התוצאה המתמטית לריאליסטית
- 6 הערכת התוצאה הריאליסטית

איור 4: מעגל המודלינג הראשון – המקרה של אחת הקבוצות ששילבה טכנולוגיה החל מהמודל

המתמטי

ניתן לראות באיור 4 שהקבוצה עברה שלושה מעגלי מודלינג: המעגל הראשון התחלי מפרשנות ועבר דרך כל הפעולות ושלב המודלינג. המעגל השני החל מהמודל הריאליסטי ועבר דרך שאר פעולות המודלינג. המעגל השלישי כלל מודל מתמטי טכנולוגי, יישום במודל, תוצאות מתמטיות ולבסוף הערכה לתוצאות.



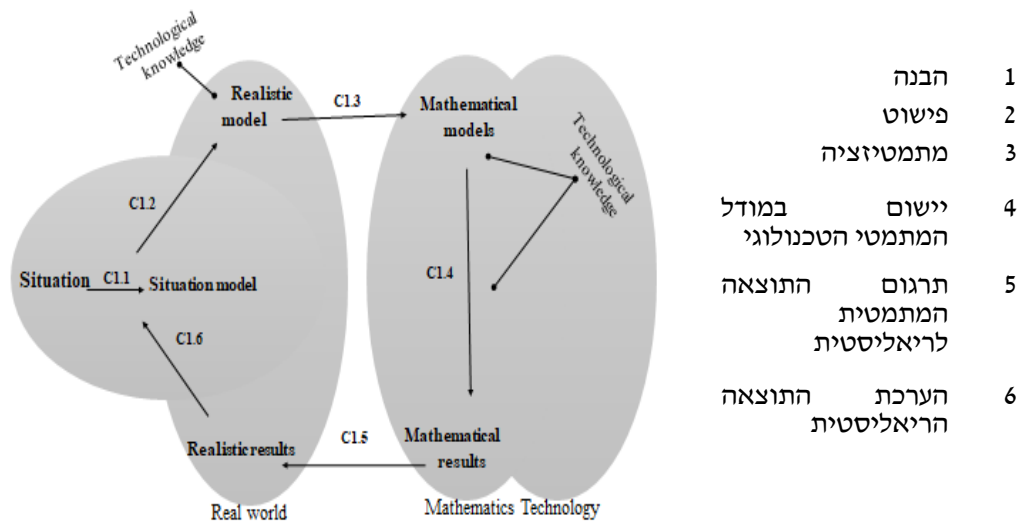
- 1 הבנה
- 2 פישוט בשילוב טכנולוגיה
- 3 מתמטיזציה (בסביבה טכנולוגית) החלטות טכנולוגיות
- 4 יישום במודל המתמטי הטכנולוגי
- 5 תרגום התוצאה המתמטית לריאליסטית
- 6 הערכת התוצאה הריאליסטית

איור 5: מעגל המודלינג השני – המקרה של אחת הקבוצות ששילבה טכנולוגיה החל משלב

הפרשנות

כפי שאפשר לראות באיור 5, הקבוצה עברה שלושה מעגלי מודלינג. המעגל הראשון נקטע לפני הפקת המודל המתמטי. שני המעגלים האחרים עברו באופן רציף בכל פעילויות ובכל שלבי המודלינג. השימוש בטכנולוגיה היה ברמות שונות.

4.1.2.2 מעגל המודלינג השלישי: לקבוצה הזו משתייכים מעגלי המודלינג ששילבו טכנולוגיה בבניית המודלים המתמטיים תוך שימוש במאפיינים הבסיסיים של התוכנות בלבד, בלי התייחסות למאפיינים הדינאמיים.. שילוב הטכנולוגיה זוהה בבניית המודל הריאליסטי, בבניית המודל המתמטי וביישום במודל המתמטי. איור 6 מדגים תהליך של אחת הקבוצות ששייכות לקטגוריה הזו. ניתן לראות שהמשתתפים בקבוצה זו עברו מעגל מודלינג אחד.

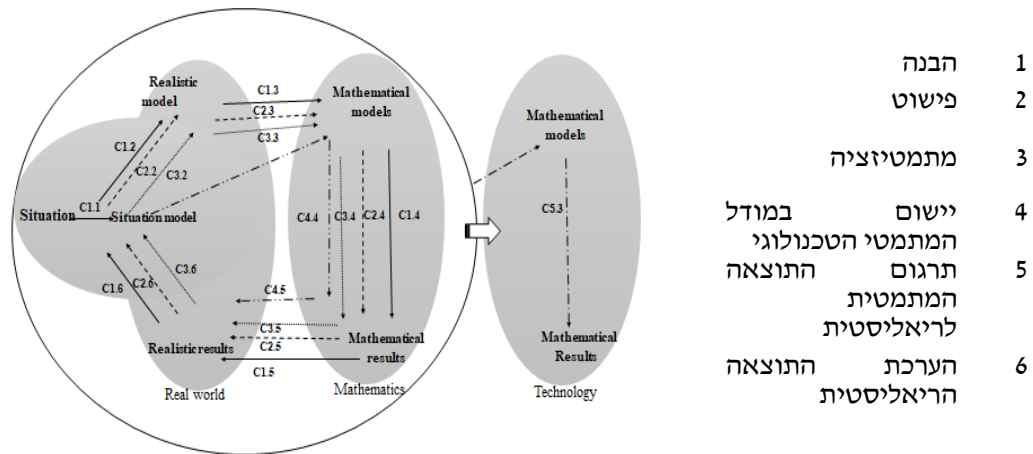


איור 6: שילוב חלקי של טכנולוגיה

איור 26626 מראה שהקבוצה עברה מעגל מודלינג אחד במהלך ההתמודדות.

4.1.2.3 מעגל המודלינג הרביעי: המעגל הרביעי מתאפיין בכך ששילוב הטכנולוגיה זוהה כשלב מנותק ונוסף אחרי הסיום של כל תהליך ההתמודדות. כלומר, המשתתפים התמודדו עם פעילות המודלינג ללא שימוש בכלים טכנולוגיים, ורק אחרי סיום התהליך, הפקת המודל המתמטי והערכתו ניסו להפעיל את המודל המתמטי תוך שימוש בכלים טכנולוגיים. גם במקרה זה, הם

שימרו את מאפייני המודל המתמטי ולא השתמשו במאפיינים הדינאמיים הטכנולוגיים. איור 7 מתאר תהליך התמודדות של אחת הקבוצות.



איור 7: מעגל המודלינג הרביעי – המקרה של אחת הקבוצות שניתקה בין המתמטיקה והטכנולוגיה

ניתן לראות באיור 7 שהמשתתפים עברו חמישה מעגלי מודלינג. ארבעה מעגלי מודלינג עברו ללא שימוש בטכנולוגיה, אשר שולבה רק במעגל החמישי.

4.2 מהם המאפיינים והשינויים במיומנויות המטה-קוגניטיביות במהלך ההתמודדות של סטודנטים להוראת מתמטיקה עם רצף פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה?

כדי לענות על שאלת המחקר השנייה ראינו את החברים בשלוש קבוצות מתוך שש קבוצות המחקר, בהתאם להסבר בפרק המתודולוגיה. ניתוח הראיונות של המשתתפים בשלוש הקבוצות התייחס למיומנויות המטה-קוגניטיביות על וילסון וקלארק (Wilson & Clark, 2004). על פי הניתוח, נראה ששלוש המיומנויות המטה-קוגניטיביות – מודעות, הערכה ורגולציה – זוהו בקרב המשתתפים בכל פעילויות המודלינג. נמצא כי שלוש המיומנויות המטה-קוגניטיביות קשורות לידע מציאותי, לידע מתמטי ולידע טכנולוגי. כעת אדגים כיצד זוהו המיומנויות בשיח המשתתפים במחקר באמצעות ציטוטים מהשיח ומהראיונות.

מודעות מטה-קוגניטיבית מציאותית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות	תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון
----------------------------	---

[97] רובא: הבן הקטן שלי מידתו 25 וכף הרגל כך (מסמנת ביד שלה)	כאן הסתמכתי על הידע שיש לי לגבי מידת ואורך כף הרגל של הבן שלי. כלומר חשבתי על מה שאני יודעת.
--	--

כאן המשתתפת משתמשת בידע מציאותי שיש לה לגבי המידה והאורך של כף הרגל של הבן שלה.

הערכה מטה-קוגניטיבית מציאותית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות	תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון
----------------------------	---

[95] רובא: הילד הקטן, מידתו 20-22. זה לא אומר שאורך כף הרגל 22 ס"מ, לא הגיוני	הסתמכנו על הידע שיש לנו על ילדים קטנים והערכנו שזה לא הגיוני. כלומר, בדקתי את שיטת הפתרון ובחנתי אם היא עובדת.
---	--

כאן המשתתפים העריכו שהפתרון שלהם לא הגיוני תוך התבססות על שיקולים מציאותיים.

רגולציה מטה-קוגניטיבית מציאותית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות	תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון
----------------------------	---

[1] אמיר: צריך למצוא קשר בין מידה וגובה	כאן חשבנו מה צריך לעשות כדי לפתור את הבעיה.
[2] סעיד: צריך לראות מידת הנעליים ומה הגובה שלך.	כמו שאמרנו, השלב הראשון הוא למצוא הקשר בין המידה והגובה. כלומר חפשנו דרך לפתרון

שיח המשתתפים מעיד שבשלב הפרשנות של הסיטואציה הם מנסים לארגן את תהליך הפתרון שלהם

מודעות מטה-קוגניטיבית מתמטית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות	תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון
----------------------------	---

[198] רנא: את צריכה לכפול כך שתקבלי את גובה הענק	אני חושבת שידענו מה שאנחנו עושים אחרי שמצאנו את היחס. היינו צריכים לכפול באורך כף הרגל של הענק.
--	---

הנראטיב של המשתתפת בריאיון מעיד על מיומנויות מטה-קוגניטיביות של מודעות לעשייה שלה.

הערכה מטה-קוגניטיבית מתמטית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון

[35] סעיד: מה הממוצע 27.5 לעומת מטר ו- כאן חשבתי אם אני עושה התאמות נכונות וגם את ההתאמות נכונות ביחידות המידה שהשתמשו. 82 ס"מ, האם זה נכון? ס"מ וס"מ כלומר, בדקתי אם מה שאני עושה עובד.

הנראטיב של המשתתפת במהלך הריאיון מצביע על מיומנות הערכה של דרך הפתרון.

רגולציה מטה קוגניטיבית מתמטית

שיח המשתתפים במהלך הפעילות תיאור המשתתפים לחשיבה שלהם במהלך הריאיון

[177] אלאא: נוכל להשתמש ביחס של כאן חשבתי שאנחנו יכולים לחשב את הגובה של המידות של אדם רגיל הענק דרך היחס של בן אדם, לכן התוכנית היא למצוא היחס של בן האדם ולפי יחס זה נמצא הגובה של הענק.

הנראטיב של המשתתפת בריאיון מעיד על מיומנות רגולציה. במקרה הספציפי הזה המשתתפת חשבה על דרך שונה לפתרון הבעיה.

מודעות מטה-קוגניטיבית טכנולוגית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון

[206] רובא: יש כאן פונקציות (מצביעה על נזכרתי איך עושים ממוצע בשימוש בפונקציות סימן הפונקציה באקסל) אנחנו יכולים באקסל ולכן אמרתי להשתמש בזה. כלומר אני להשתמש חושבת שידעת מה לעשות

הנראטיב של הסטודנטית בריאיון מעיד שהיא נזכרת בבעיה דומה שאיתה התמודדה בעבר תוך שימוש בפונקציות באקסל.

הערכה מטה-קוגניטיבית טכנולוגית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון

[181] ג'דיר: A2 חלקי B2 עשיתי את זה כאן חשבתי אם אני עושה נכון או לא נכון. האם צריך לרשום בדרך שרשמתי או בדרך אחרת נכון? צריך לרשום פסקאות בניהם?

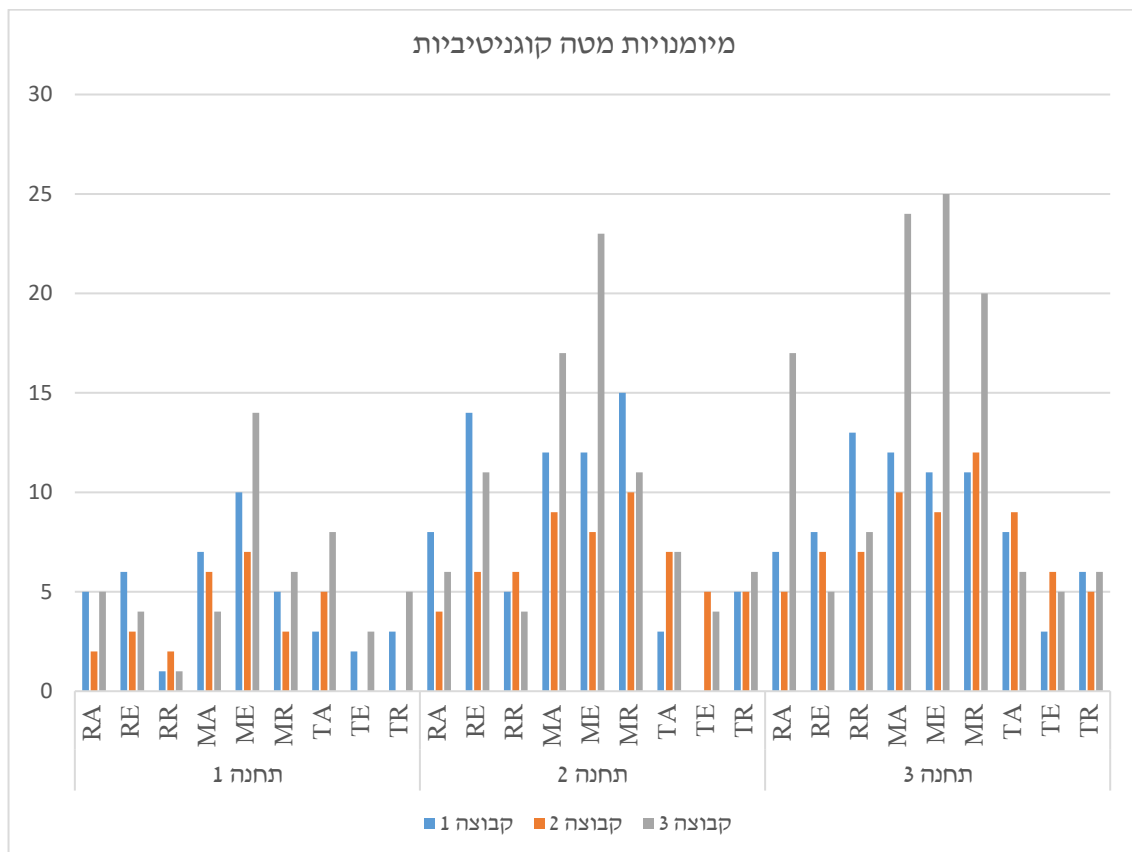
הנראטיב של המשתתפת מעיד על מיומנויות מטה-קוגניטיבית הקשורה בהערכת הביצוע של הטכנולוגיה שלה.

רגולציה מטה-קוגניטיבית טכנולוגית:

שיח המשתתפים במהלך הפעילות	תיאור המשתתפים את החשיבה שלהם במהלך הריאיון
[220] ג'דיר: צריך שתיקחי את הפונקציה הזו, ואז מה זה חילוק זה לחלק התא הזה	הם השתמשו בפונקציה בצורה לא נכונה. לכן כאן חשבתי שצריך לשנות דרך העבודה בפונקציה.
בתא הזה	

הציטוט של המשתתפת מעיד שהיא מחפשת שיטת פתרון שונה מזה ששימש אותם בפתרון הבעיה לפני כן.

הממצאים מעידים שיש שוני בשכיחות של המיומנויות בקרב שלוש הקבוצות שהשתתפו בשלב זה. בנוסף, ניתוח הנתונים מראה שהשכיחות של שלוש המיומנויות השתנתה לאורך תהליך הלמידה. איור 8 מציג נתונים לגבי מספר המיומנויות המטה-קוגניטיביות שזוהו בקרב שלוש הקבוצות ובשלוש התחנות.



איור 8 : המיומנויות המטה-קוגניטיביות שזוהו בקרב שלוש קבוצות מחקר בשלוש תחנות

המחקר

RA = מודעות מציאותית; RE = הערכה מציאותית; RR = רגולציה מציאותית; MA = מודעות מתמטית; ME = הערכה מתמטית; MR = רגולציה מתמטית; TA = מודעות טכנולוגית; TE = הערכה טכנולוגית; TR = רגולציה טכנולוגית.

איור 8 מעיד על מגמת עלייה במיומנויות המטה-קוגניטיביות בקרב שלוש קבוצות המחקר שהשתתפו בריאיון לזיהוי מיומנויות מטה-קוגניטיביות. איור 8 מראה שזוהו יותר מיומנויות מטה-קוגניטיביות הקשורות לידע מתמטי לעומת מיומנויות הקשורות לידע מציאותי ולידע טכנולוגי. בנוסף, המיומנות המטה-קוגניטיבית הנפוצה ביותר בקרב שלוש הקבוצות ולאורך שלוש התחנות הייתה מיומנות הערכה מתמטית מטה-קוגניטיבית.

מחקר זה נועד לבחון (א) את המאפיינים של תהליכי המודלינג של סטודנטים להוראת מתמטיקה במהלך התמודדותם עם רצף של פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה; ו-(ב) לעקוב אחרי ההתפתחות של מיומנויות מטה-קוגניטיביות בתהליכי המודלינג בקרב משתתפי המחקר.

הממצאים המרכזיים מעידים שבמהלך הפעילויות זוהו כל שלבי המודלינג (מודל ריאליסטי, מודל מתמטי, תוצאה מתמטית ותוצאה ריאליסטית) וכל פעולות המודלינג (פישוט והבנה, מתמטיזציה, יישום במודל המתמטי, תרגום התוצאות המתמטיות לריאליסטיות והערכת התוצאות הריאליסטיות) בקרב כל הקבוצות. ממצא זה מחזק את ניתוח השלבים והפעולות כפי שהוצע על ידי בלוס ולייב (Blum, & Leiß, 2005) וממצב את הגדרתו כחלוקה טיפוסית לתהליכי המודלינג, אשר זוהתה גם במחקרים אחרים, למשל זה של שחברי וטבח (Shahbari & Tabach, 2020) והוא מרחיב בשלב אחד את המודל של קייזר וסטנדר (Kaiser, & Stender, 2013), שלא כללו את מודל הסיטואציה כחלק מהשלבים.

הממצאים הקשורים לשילוב טכנולוגיה בפעילויות המודלינג מעלים שלוש קטגוריות שונות של שילוב טכנולוגיה: (א) שילוב טכנולוגיה לאורך כל תהליך המודלינג; (ב) שילוב טכנולוגיה רק אחרי הפקת המודל המתמטי; ו-(ג) שילוב טכנולוגיה בתום הפתרון מתמטי לפעילות. בנוסף, הממצאים מצביעים על שינוי במידה וברמה של שילוב טכנולוגיה לאורך הרצף של פעילויות המודלינג בקרב כל הקבוצות. הממצא בדבר ההבדלים ברמה ובמידת השילוב של טכנולוגיה בתהליכי המודלינג תומך בממצאים של שחברי ודאהר (Daher & Shahbari, 2013). שחברי ודאהר חקרו התמודדות של סטודנטים עם פעילות מודלינג המפיקה מודלים, בניגוד לסוגי הפעילויות במחקר הנוכחי, אשר מוגדרות כפעילויות מודלינג מציאותיות-יישומיות. הממצאים הנוכחיים מראים שאופן השילוב של הכלים הטכנולוגיים תלוי בהחלטות המשתתפים ואין טיפוס יחיד. ממצאים אלה עומדים בניגוד לממצאים של מחקרים קודמים, אשר הציעו מודל יחיד לשילוב הטכנולוגיה. ביניהם אפשר למנות את גייגר (Geiger, 2011), אשר דיווח שהכלים הטכנולוגיים משתלבים לאורך כל תהליך המודלינג, בדומה לקטגוריה הראשונה שזוהתה במחקר הנוכחי. גם גריפראת (Greefrath, 2011) דיווח ששימוש בטכנולוגיה יכול להיות בכל שלבי המודלינג, בעוד סילר וגריפראת (Siller & Greefrath,)

2010) דיווחו ששילוב הטכנולוגיה הוא רק אחרי הבנייה של המודל המתמטי, כלומר מודל הדומה יותר לקטגוריה השנייה והשלישית שזוהו במחקר זה.

ממצאי המחקר הנוכחי מדגישים שאין מודל יחיד לשילוב של כלים טכנולוגיים בפעילויות מודלינג. המודל משתנה לאורך הזמן, הן מבחינת השלבים והן מבחינת המידה והרמה של שילוב הכלים הטכנולוגיים – שימוש בסיסי לעומת שימוש בפונקציות דינאמיות של הכלים הטכנולוגיים. במחקר הנוכחי ראינו ששילוב הטכנולוגיה בשלב של בניית המודל לסיטואציה התבצע בחלק מהקבוצות ברמה של תרגום משפת המתמטיקה לכלים דיגיטליים, כפי שדווח ע"י סילר וגריפראת (Siller & Greefrath, 2010) קבוצות אחרות עשו שימוש בטכנולוגיה כדי לסייע בטיוב המודל המתמטי. כאמור, זיהינו גם רמות שונות בשימוש בטכנולוגיה, למשל השימוש באינטרנט שנע בין חיפוש מידע לבין רמה של חיפוש משוואות. ממצאים אלה תומכים בממצאיהם של וילאריאל, איסטי וסמית' (Villarreal, Esteley, & Smith, 2018), אשר דיווחו על רמות שונות של שימוש בטכנולוגיה בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה המתמודדים עם פתרון של פעילויות מודלינג. הם זיהו שימוש באינטרנט ובגיליון האלקטרוני, החל מעריכת חישובים פשוטים ועד שימוש בפונקציות מורכבות שנכללות בתוכנה.

ממצאי המחקר, המתייחסים לשילוב טכנולוגיה, מעידים על עלייה ברמת השימוש בטכנולוגיה בקרב הקבוצות השונות במהלך ההתמודדות בפעילויות בשלוש התחנות. ניתן להסביר את מגמת העלייה בכך שהמשתתפים נחשפו במהלך רצף ההתמודדות למאפיינים השונים של הכלים הדיגיטליים, ובמיוחד גיאוגברה והגיליון האלקטרוני. החשיפה אפשרה להם להשתמש במאפייני הכלים עם הזמן. ממצאים אלה נתגלו גם במחקרים שחקרו התפתחות של ידע טכנולוגי כמו במחקרם של גיוזי ורוהירג (Guzey & Roehrig, 2009).

ממצאי המחקר מראים כי שילוב טכנולוגיה בתהליך המודלינג יכול להתבצע בדרכים שונות ובשלבים שונים של התהליך. הבדלים אלו באים לידי ביטוי בייצוג ויזואלי שונה של מעגלי המודלינג, ומדגישים כי אין דפוס יחיד בשילוב טכנולוגיה בתהליך המודלינג. במחקר זה זוהו ארבעה דפוסים שונים של מעגלי מודלינג בשילוב טכנולוגיה, לעומת שלושה מעגלים שדווחו על ידי דאהר ושחברי (Daher & Shahbari, 2013) והמעגל היחיד שזוהה על ידי סילר וגריפראת (Siller & Greefrath, 2010) . במחקר נוסף, גריפראת' (Greefrath, 2011) מציע מודל מורחב של מעגל מודלינג בשילוב טכנולוגיה, ומציין שמתאים יותר לתאר את תהליכי המודלינג בשילוב טכנולוגיה

באופן אינטגרטיבי. דיווח זה מצביע על חשיבות הייצוג הוויזואלי – מעגלי המודלינג, כפי שהוצגו במחקר הנוכחי, ומתארים תהליכי מודלינג בשילוב טכנולוגיה באופן אינטגרטיבי כאשר נמצא שילוב כזה ובאופן נפרד כאשר נמצא נתק בין העולמות.

ביחס למיומנויות מטה-קוגניטיביות, הממצאים מראים שזוהו יותר מיומנויות מטה-קוגניטיביות קשורות לידע מתמטי לעומת כאלו הקשורות לידע מציאותי ולידע טכנולוגי. הסבר אפשרי לממצא זה גורס כי תהליכים הקשורים למתמטיקה בתהליך המודלינג הם ארוכים יותר. למשל, תהליך המתמטיזציה ארוך יותר מתהליך הערכת התוצאה. יתר על כן, המודלים שנבנו לפתרון הסיטואציה נבנו תוך שימוש במתמטיקה בלבד או תוך שילוב של מתמטיקה וטכנולוגיה. המיומנות המטה-קוגניטיבית הנפוצה ביותר בקרב שלוש הקבוצות ולאורך שלוש התחנות הייתה מיומנות הערכה מטה-קוגניטיבית מתמטית. בנוסף, נמצאה מגמת עלייה במיומנויות מטה-קוגניטיביות בקרב שלוש קבוצות המחקר שהשתתפו בריאיונות. ממצא זה מחזק את ההנחה שפעילויות מודלינג תורמות לפיתוח של חשיבה מטה-קוגניטיבית, בדומה לממצאים במחקרים קודמים, למשל שחברי, דאהר ורסלאן (Shahbari, Daher & Rasslan, 2014). בנוסף, גם השימוש בטכנולוגיה מטפח חשיבה מטה-קוגניטיבית ומפתח מיומנויות מטה-קוגניטיביות שונות, כפי שנמצא גם במחקרים קודמים (Shahbari, Daher, Baya'a, & Otman 2020; La Paglia, La Cascia, Francomano, & La Barbera, 2017). לכן, השילוב של ההתמודדות עם פעילויות מודלינג יחד עם שימוש בטכנולוגיה תרם לעלייה ניכרת בשימוש במיומנויות מטה-קוגניטיביות בקרב המשתתפים.

מסקנות

התמודדות עם פעילויות מודלינג נחשבת לנושא מרכזי בלימודי מתמטיקה בבתי ספר ובהכשרת מורים. גם השימוש בכלים טכנולוגיים להתמודדות עם פתרון בעיות מחיי היום-יום נחשב לנושא חיוני, במיוחד בתקופה הנוכחית של התפרצות וירוס הקורונה (COVID-19). לאור זאת, ממצאי המחקר הנוכחי הם בעלי השלכות מרחיקות לכת בכל הנוגע להכשרת מורים למתמטיקה ולשיטת הלימוד בבתי הספר.

אחת המסקנות העיקריות היא החשיבות של התמודדות עם פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה בקרב סטודנטים להוראת מתמטיקה. ההתמודדות עם רצף של פעילויות מודלינג תרמה לטיפוח של מיומנויות מטה-קוגניטיביות בקרב המתמודדים. בנוסף, התמודדות עם פעילויות מודלינג בשילוב טכנולוגיה שיפרה את הרמה והמידה של שילוב הטכנולוגיה בפעילויות, כיוון שהתאפשרה חשיפה לתכונות של הכלים הדיגיטליים ושימוש יעיל במאפייניהם. לאור זאת, מומלץ לשלב פעילויות מודלינג בקורסים להכשרת מורים למתמטיקה, תוך מתן האפשרות שפרחי הוראה יתמודדו עם פעילויות כלומדים וישתמשו בכלים דיגיטליים. ניתן להשליך מסקנה זו גם על תלמידים בבית ספר בשלבים שונים. יש צורך בשילוב פעילויות מתמטיקה בתוכנית הבית ספרית, תוך מתן אפשרות לתלמידים להתמודד עמן תוך שימוש בכלים דיגיטליים.

צבר בן-יהושע נ' (1988), *שיטות מחקר איכותיות*, תל אביב, מסדה.

- Altay, M. K., Özdemir, E. Y., & Akar, Ş. Ş. (2014). Pre-service elementary mathematics teachers' views on model eliciting activities. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 116, 345-349.
- Arzarello, F., Ferrara, F., & Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: the role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and its Applications*, 31(1), 20-30.
- Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2005). "Filling Up"-the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)* (pp. 1623-1633). Sant Feliu de Guíxols, Spain: Fundemi Iqs, Universitat Ramon Llull.
- Budinski, N., & Takači, D. (2011). Introduction of the notion of differential equations by modelling based teaching. *International journal for technology in mathematics education*, 18(3), 107-111.
- Cai, J. Cirillo, M. Pelesko, J. Ferri, R. Borba, M. Paulo, S. Geiger, V. Stillman, G. English, L. Wake, G. Kaiser, G. & Kwon, O. (2014). Mathematical modelling in school education: mathematical, cognitive, curricular, instructional, and teacher education perspectives. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle, & D. Allan (Eds.). *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (vol. 1, pp. 145-172). Vancouver, Canada: PME.
- Chua, B. & Wu, Y. (2005). Designing technology-based mathematics lessons: A pedagogical framework. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(4), 387-402.
- Confrey, J., & Maloney, A. (2007). A theory of mathematical modelling in technological settings, in modelling and applications in mathematics education. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 57-68). New York: Springer.
- Daher, W., & Shahbari, J. A. (2015). Pre-service teachers' modelling processes through engagement with model eliciting activities with a technological tool. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 25-46.
- Efklides, A. (2006). Metacognition and affect: What can metacognitive experiences tell us about the learning process? *Educational Research Review*, 1, 3-14.
- English, L. D., Bergman Arleback, J., & Mousoulides, N. G. (2016). Reflections on progress in mathematical modelling research. In Gutierrez, Angel, Leder, Gilah, & Boero, Paolo (Eds.) *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 383-413). Sense Publishers, Rotterdam.
- English, L. D., & Fox, J. L. (2005). Seventh-graders' mathematical modelling on completion of a three-year program. In P. Clarkson et al. (Eds.), *Building*

- connections: Theory, research and practice* (Vol. 1, pp. 321-328). Melbourne: Deakin University Press.
- English, L. D., & Watters, J. J. (2005). Mathematical modelling with 9-year-olds. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 297-304). Melbourne: PME
- Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. Resnick, (Ed.), *The Nature of Intelligence* (pp. 231-235). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Greefrath, G. (2011). Using technologies: New possibilities of teaching and learning modelling—Overview. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, ICTMA 14* (pp. 301–304), Dordrecht: Springer.
- Galbraith, P. L., Henn, H., Blum, W., & Niss, M (2007). *Modeling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*. New York: Springer
- Galbraith, P., Renshaw, P., Goos, M., & Geiger, V. (2003). Technology-enriched classrooms: Some implications for teaching applications and modelling. In Q. Ye, W. Blum, S. K. Houston, & Q. Jiang (Eds.), *Mathematical Modelling in Education and Culture* (pp. 111-125). Chichester, UK: Horwood.
- Geiger, V., Faragher, R., & Goos, M. (2010). CAS-enabled technologies as ‘agents provocateurs’ in teaching and learning mathematical modelling in secondary school classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 48-68.
- Glaser, B., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Chicago: Aldine.
- Gok, T. (2010). The general assessment of problem solving processes in physics education. *Eurasian Journal of Physics and Chemistry Education*, 2(2), 110-122.
- Greefrath, G., Hertleif, C., & Siller, H. S. (2018). Mathematical modelling with digital tools—A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM*, 50(1-2), 233-244.
- Guzey, S. S., & Roehrig, G. H. (2009). Teaching science with technology: case studies of science teachers' development of technological pedagogical content knowledge (TPCK). *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 25-45.
- Kaiser, G. (2007). Mathematical modelling at schools—how to promote modelling competencies. In C. P. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 110–119). Chichester: Horwood.
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in lower secondary mathematics classroom—problems and opportunities. In W. Blum, W. Henne, & M. Niss (Eds.), *Applications and Modelling in Mathematics Education, ICMI Study 14* (pp. 99–108). Dordrecht: Kluwer.
- Kaiser, G., & Stender, P. (2013). Complex modelling problems in co-operative, self-directed learning environments. In G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. Brown (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (pp. 277–293). Dordrecht: Springer.

- Kang, O. & Noh, J. (2012). *Teaching Mathematical Modelling in School Mathematics*. 12th International Congress on Mathematical Education. 8–15 July 2012, Seoul, Korea. Available from http://www.icme12.org/upload/submission/1930_f.pdf
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 225-250.
- La Paglia, F., La Cascia, C., Francomano, M. M., & La Barbera, D. (2017). Educational robotics to improve mathematical and metacognitive skills. *Annual Review of Cyber Therapy and Telemedicine*, 15(14), 70– 75.
- Lesh, R. & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism, Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching* (pp. 3-34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *ZDM*, 38(2), 113-142.
- Mischo, C., & Maaß, K. (2013). The effect of teacher beliefs on student competence in mathematical modelling—an intervention study. *Journal of Education and Training Studies*, 1(1), 19-38.
- Molyneux-Hodgson, S., Rojano, T., Sutherland, R., & Ursini, S. (1999). Mathematical modelling: the interaction of culture and practice. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1-3), 167-183.
- Ortega, M. Albarracín, L. & Puiga, L. (2016). Influence of technology on mathematical modelling of a physical phenomenon. In *13th International Congress on Mathematical Education (ICME-13)*. Hamburg, Germany.
- Schneider, W., & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 42(2), 149–161.
- Shahbari, J. A., Daher, W., Baya'a, N., & Otman, J. (2020). Prospective teachers' development of meta-cognitive functions in solving mathematical-based programming problems with scratch. *Symmetry*, 12(9), 1569.
- Shahbari, J. A. Daher, W. & Rasslan, S. (2014). Mathematical knowledge and the cognitive and metacognitive processes emerged in model-eliciting activities. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, 5(2), 209-219.
- Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2016a). Developing modelling lenses among practicing teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(5), 717-732.
- Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2016b). Different generality levels in the product of a modelling activity. In C. Csikos, A. Rausch & J. Szitanyi (Eds). *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 179-186). Szeged, Hungary: PME.
- Shahbari, J. A., & Tabach, M. (2019). Adopting the modelling cycle for representing prospective and practicing teachers' interpretations of students' modelling activities. In G. Stillman & J. Brown, (Eds.), *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education* (pp 179-196). Cham: Springer.

- Siller, H.-S. & Greefrath, G. (2010). Mathematical modelling in class regarding to technology. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, and F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6)*, (pp. 2136-2145). Lyon, France.
- Stillman, G. (2012). Applications and modelling research in secondary classrooms: What have we learnt? *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 791-805). Switzerland: Springer.
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th Mathematics Education Research Group of Australasia conference Mathematics: Essential Research, Essential Practice* (Vol. 2, pp. 688-707). Adelaide: MERGA.
- Tan, D. A., & Limjap, A. A. (2018). Filipino students' use of metacognitive skills in mathematical problem solving: An emergent model. *International Journal for Development Research*, 8(5), 20430-20439.
- Trisna, B. N., Budayasa, I. K., & Siswono, T. Y. E. (2018). Students' metacognitive activities in solving the combinatorics problem: the experience of students with holist-serialist cognitive style. *Journal of Physics Conference Series*, 947(1).
- Villarreal, M. E., Esteley, C. B., & Smith, S. (2018). Pre-service teachers' experiences within modelling scenarios enriched by digital technologies. *ZDM*, 50(1-2), 327-341
- Vorhölter, K., & Kaiser, G. (2016). Theoretical and pedagogical considerations in promoting students' metacognitive modelling competencies. In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), *Annual Perspectives in Mathematics Education: Mathematical Modelling and Modelling* (pp. 273–280). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vorhölter, K., Kaiser, G., & Ferri, R. B. (2014). Modelling in mathematics classroom instruction: An innovative approach for transforming mathematics education. In *Transforming Mathematics Instruction* (pp. 21-36). Springer International Publishing.
- Yu, S. Y., & Chang, K. C. (2009). What did Taiwan mathematics teachers think of model-eliciting activities and modelling? In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri & G. Stillman. (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling: International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 147-156). University of Hamburg, Hamburg.
- Weber, K., & Leikin, R. (2016). Recent advances in research on problem solving and problem posing. In Gutierrez, Angel, Leder, Gilah, & Boero, Paolo (Eds.) *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues* (pp. 353-382). Sense Publishers, Rotterdam
- Wilson, J., & Clarke, D. (2004). Towards the modelling of mathematical metacognition. *Mathematics Education Research Journal*, 16(2), 25-48.

נספח 1

משפטים המייצגים מיומנויות מטה-קוגניטיביות:

מודעות:

I thought about what I already know

I tried to remember if I had ever done a problem like this before

I thought about something I had done another time that had been helpful

I thought 'I know what to do'

I thought 'I know this sort of problem'

הערכה:

I thought about how I was going

I thought about whether what I was doing was working

I checked my work I thought 'Is this right?'

I thought 'I can't do it'

רגולציה:

I made a plan to work it out

I thought about a different way to solve the problem

I thought about what I would do next

I changed the way I was working

פעילות מודלינג – משחת השניים (Shahbari & Tabach, 2016b)

A student went to the general manager of the Colgate corporation and proposed an idea that would increase company profits without any effort. The student said, "I would be happy to share my idea with you, but you must pay a million dollars in case you decide to use the idea. The general manager accepted the condition, and the young student presented a toothpaste tube and suggested enlarging the opening of the tube.

Your toothpaste tube opening has been enlarged. Write a letter that includes a description of the change in your consumption compared to the original toothpaste tube.

Al-Qasemi Academy-Academic College for Education

Engagement with modelling activities in technological environment: Features of modelling processes and development of metacognitive skills among prospective teachers

Juhaina Awawdeh Shahbari

2020

This research was supported by The MOFET Institute